

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета прикладной математики, информатики и механики



Медведев С.Н.  
31.03.2026 г

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.25 Методы представления, хранения и обработки информации

**1. Код и наименование направления подготовки:**

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

**2. Программа бакалавриата:**

Проектирование и разработка информационных систем

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** программного обеспечения и администрирования информационных систем

**6. Составители программы:** Барановский Е.С., к.ф.-м.н, заведующий кафедрой программного обеспечения и администрирования информационных систем

**7. Рекомендована:** НМС факультета Прикладной математики, информатики и механики № 6 от 17.03.2025 (изменения – протокол № 7 от 20.03.2026)

**8. Учебный год:** 2027/2028

**Семестр(ы):** 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

### Цели освоения дисциплины:

Сформировать у студентов системное понимание математических основ представления, хранения и обработки информации, включая теоретико-числовые и алгебраические структуры. Научить выбирать адекватные математические модели и инструментальные средства (алгоритмы Евклида, сравнения, функции Эйлера, протоколы Диффи–Хеллмана, эллиптические кривые) для решения прикладных задач обработки и защиты информации. Развить способность применять типовые математические модели (группы, кольца, поля) на практике, анализировать результаты вычислений и интерпретировать их с точки зрения эффективности и корректности обработки данных. Подготовить студентов к использованию современных математических методов (включая ECDH) для решения задач целостности, конфиденциальности и аутентификации информации.

### Задачи дисциплины:

- Изучить базовые математические модели теории чисел и алгебры (НОД, сравнения, кольца вычетов, мультипликативные группы) как инструменты описания информационных процессов.
- Освоить типовые алгоритмы обработки информации (расширенный алгоритм Евклида, решение сравнений и диофантовых уравнений, нахождение порядка элемента) и научиться применять их на практике.
- Сформировать умение выбирать подходящие математические методы (классические или основанные на эллиптических кривых) для реализации современных криптографических протоколов (Диффи–Хеллмана, Шнора и др.) с учётом требований задачи.
- Развить навыки анализа результатов расчётов (оценка сложности, проверка разрешимости сравнений, интерпретация полученных ключей) и использования типовых моделей (поля, группы) для представления и обработки информации.
- Обеспечить опыт применения математических инструментальных средств (программная реализация алгоритмов, моделирование атак) для решения задач хранения и безопасной передачи информации.

### 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

дисциплина относится к обязательным дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений части Блока 1. блока Б1 учебного плана. Для изучения курса необходимы базовые знания в области алгебры и информатики.

### 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения

| Код | Название компетенции | Код(ы) | Индикаторы(ы) | Планируемые результаты обучения |
|-----|----------------------|--------|---------------|---------------------------------|
|-----|----------------------|--------|---------------|---------------------------------|

|       |   |         |  |   |
|-------|---|---------|--|---|
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности   | ОПК-1.3 | Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и интерпретирует полученные результаты | <p><b>ЗНАТЬ:</b><br/>         Основы теории чисел: свойства простых и взаимно простых чисел, алгоритм Евклида, основную теорему арифметики, распределение простых чисел. Базовые алгебраические структуры (группы, кольца, поля), понятие идеала и кольца вычетов, функцию Эйлера, теоремы Эйлера и Ферма. Методы решения сравнений и линейных диофантовых уравнений. Принципы криптографии с открытым ключом: односторонние функции, протокол Диффи–Хеллмана, атаку «человек посередине», протокол Шнорра. Основы эллиптических кривых в форме Вейерштрасса, теорему Хассе и алгоритм Диффи–Хеллмана на эллиптических кривых (ECDH).</p> <p><b>УМЕТЬ:</b><br/>         Находить НОД и его линейное представление, проверять числа на простоту и раскладывать на множители, вычислять функцию Эйлера. Работать со сравнениями: упрощать их, решать линейные сравнения и диофантовы уравнения. Применять малую теорему Ферма и теорему Эйлера для вычисления остатков по модулю. Моделировать протоколы Диффи–Хеллмана и Шнорра, объяснять уязвимость к атаке MITM и способы её предотвращения. Выполнять операции на эллиптических кривых (сложение точек, скалярное умножение) и реализовывать ECDH для заданных параметров.</p> |
| ОПК-2 | Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности | ОПК-2.1 | Применяет типовые математические модели на практике  | <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b><br/>         Навыками программной реализации расширенного алгоритма Евклида и модулярной арифметики на языке высокого уровня. Техник решения сравнений и диофантовых уравнений как аналитически, так и алгоритмически. Практическими приемами вычисления порядка элемента в поле, проверки примитивности и использования теоремы Эйлера для оптимизации вычислений. Опыт моделирования криптографических протоколов (DH, ECDH) в учебной среде, включая симуляцию атаки «человек посередине». Навыками работы с эллиптическими кривыми в малых полях (сложение, удвоение, скалярное умножение) и базовыми методами криптоанализа.</p>  |

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом —3/108

### Форма промежуточной аттестации экзамен.

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы             | Трудоемкость (часы) |                                   |              |        |       |
|--------------------------------|---------------------|-----------------------------------|--------------|--------|-------|
|                                | Всего               | В том числе в интерактивной форме | По семестрам |        |       |
|                                |                     |                                   | № сем. 6     | № сем. | ..... |
| Аудиторные занятия             |                     |                                   |              |        |       |
| в том числе:                   |                     |                                   |              |        |       |
| лекции                         |                     |                                   |              |        |       |
| практические                   |                     |                                   |              |        |       |
| лабораторные                   |                     |                                   |              |        |       |
| Самостоятельная работа         |                     |                                   |              |        |       |
| Форма промежуточной аттестации |                     |                                   |              |        |       |
| Итого:                         |                     |                                   |              |        |       |

### 13.1. Содержание дисциплины

| № п/п            | Наименование раздела дисциплины   | Содержание раздела дисциплины  | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК   |
|------------------|---|--|--|
| <b>1. Лекции</b> |   |  |  |
| 1                | Теоретико-числовые основы представления информации                          | Алгоритм Евклида, НОД и его линейное выражение. Свойства взаимно простых чисел. Бесконечность множества простых чисел, решетто Эратосфена, тесты простоты. Единственность разложения на множители, каноническая форма. Плотность простых чисел, функция $\pi(x)$ . Определение и свойства сравнений по модулю.   | Методы представления, хранения и обработки информации<br><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18851">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18851</a> |
| 2                | Алгебраические структуры и кольцо вычетов                                   | Группы (абелевы, циклические), подгруппы. Кольца, поля, идеалы (главные), факторкольца. Построение $Z_m$ , полные и приведённые системы вычетов. Обратимые элементы, структура мультипликативной группы. Вычисление $\varphi(m)$ . Теоремы Эйлера и Ферма, их применение. Порядок элемента, существование первообразных корней в $Z_m$   |  |
| 3                | Решение сравнений, диофантовы уравнения и основы асимметричной криптографии | Понятие решения сравнения, равносильные преобразования. Линейные сравнения $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ : условие разрешимости, алгоритм решения через обратный элемент или расширенный алгоритм Евклида. Связь с линейными диофантовыми уравнениями. Гаммирование как метод шифрования (XOR, гамма по модулю). Односторонние функции (возведение в степень, умножение простых чисел) и функции с секретом (потайной вход) как основа криптографии с открытым ключом. |  |
| 4                | Криптографические протоколы и эллиптические                                 | Протокол выработки общего секрета Диффи–Хеллмана на дискретном логарифме. Уязвимость к атаке «человек посередине» и способы защиты   |  |

|                               |   |  |  |
|-------------------------------|---|--|--|
|                               | кривые  | (аутентификация). Протокол Шнорра — доказательство знания дискретного логарифма без его раскрытия. Эллиптические кривые над конечными полями, уравнение Вейерштрасса, базовая точка (генератор). Теорема Хассе о числе точек. ECDH — аналог Диффи–Хеллмана на эллиптических кривых, скалярное умножение как односторонняя функция. |  |
| <b>2. Лабораторные работы</b> |   |  |  |
| 1                             | Теоретико-числовые основы представления информации                          | 1.1. Реализация расширенного алгоритма Евклида и нахождение линейного представления НОД.<br>1.2. Проверка числа на простоту методом перебора делителей и факторизация с использованием канонического разложения<br>1.3. Вычисление сравнений и упрощение выражений по модулю (арифметика вычетов).                                 | Методы представления, хранения и обработки информации<br><a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18851">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18851</a> |
| 2                             | Алгебраические структуры и кольцо вычетов                                   | 2.1 Исследование операций в кольце вычетов $Z_m$ : построение таблиц сложения и умножения в $Z_m$ .<br>2.2. Нахождение обратимых элементов и вычисление функции Эйлера $\varphi(m)$ для заданного модуля.<br>2.3. Определение порядка элемента и поиск примитивных (образующих) элементов в поле $Z_p$ .                           |  |
| 3                             | Решение сравнений, диофантовы уравнения и основы асимметричной криптографии | 3.1. Решение линейных сравнений $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ и линейных диофантовых уравнений.<br>3.2. Программная реализация процедуры гаммирования (потокowego шифрования) с различными гаммами.<br>3.3. Исследование односторонних функций: возведение в степень по модулю и факторизация как примеры функций с секретом       |  |
| 4                             | Криптографические протоколы и эллиптические кривые                          | 4.1. Моделирование протокола Диффи–Хеллмана и реализация атаки «человек посередине»<br>4.2. Реализация протокола аутентификации Шнорра (доказательство знания дискретного логарифма)<br>4.3. Вычисление точек на эллиптической кривой в форме Вейерштрасса и реализация алгоритма ECDH   |  |

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины             | Виды занятий (часов) |              |              |                        |       |
|-------|--|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|       |  | Лекции               | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1     | Теоретико-числовые основы представления информации | 6                    | -            | 6            | 4                      | 16    |
| 2     | Алгебраические структуры и кольцо вычетов          | 6                    | -            | 6            | 8                      | 20    |

|   |   |    |   |    |    |     |
|---|---|----|---|----|----|-----|
|   |   |    |   |    |    |     |
| 3 | Решение сравнений, диофантовы уравнения и основы асимметричной криптографии | 8  | - | 8  | 8  | 24  |
| 4 | Криптографические протоколы и эллиптические кривые                          | 12 | - | 12 | 24 | 48  |
|   | Итого:  | 32 | - | 32 | 44 | 108 |

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина реализуется по тематическому принципу, каждая тема представляет собой завершённый раздел курса. На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

Лекционные занятия посвящены рассмотрению теоретических основ дисциплины: вводятся основные понятия, изучаются базовые утверждения, разбираются основные алгоритмы и обсуждаются способы их программной реализации. Лабораторные работы предназначены для формирования умений и навыков, закреплённых компетенций по ОПОП. Они организуются в виде выполнения отдельных заданий. По окончании изучения дисциплины проводится тестирование.

Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала лекций, разбор заданий лабораторных работ, подготовку к зачету. Для успешного освоения дисциплины рекомендуется подробно конспектировать лекционный материал, просматривать презентации по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал, выполнять задания лабораторных работ.

Промежуточная аттестация по результатам обучения проводится в форме зачета с оценкой, контролирующей освоение ключевых положений дисциплины, составляющих основу знаний по дисциплине.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

##### а) основная литература:

| № п/п | Источник   |
|-------|--|
| 1     | Пилиди, В.С. Математические основы защиты информации : учебное пособие / Пилиди В.С. Москва : ЮФУ, 2019308 с. Режим доступа: <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927533633.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927533633.html</a>   |
| 2     | Хохлов, Г.И. Комбинаторная теория информации (информационная теория детерминированных процессов) : Монография / Г.И. Хохлов Электрон. дан. Москва : Русайнс, 2016396 с. Режим доступа: <a href="https://book.ru/book/926201ISBN_978-5-4365-0429-2">https://book.ru/book/926201ISBN_978-5-4365-0429-2</a> |

##### б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|----------|
|-------|----------|

|   |  |
|---|--|
| 4 | Алексеев, В.Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений : учебник / Алексеев В.Е. ; Таланов В.А. Москва : ИНТУИТ, 2016. Режим доступа: <a href="https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5955600663.html">https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5955600663.html</a>   |
| 5 | Макшанов, А. В. Современные технологии интеллектуального анализа данных : учебное пособие для спо / А. В. Макшанов, А. Е. Журавлев, Л. Н. Тындыкаръ. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 228 с. — ISBN 978-5-8114-5451-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/149343">https://e.lanbook.com/book/149343</a> (дата обращения: 25.02.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:**

| № п/п | Ресурс   |
|-------|--|
| 6     | Электронно-библиотечная система «Лань» - Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>  |
| 7     | Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> .  |
| 8     | Методы представления, хранения и обработки информации / Е.С. Барановский. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18851">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18851</a> |

## **16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

Для самостоятельной подготовки обучающийся пользуется конспектами лекций и литературой по тематике лекционного материала, заданий лабораторных работ. Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к тестированию, лабораторным занятиям и подготовку к промежуточной аттестации. Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению лабораторных работ. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

## **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная). Дисциплина реализуется с применением информационно-коммуникационных технологий.

Информационно-коммуникативные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет;
- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекционная аудитория должна быть оборудована учебной мебелью, компьютером, мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование.

Лабораторные работы должны проводиться в специализированной аудитории, оснащенной учебной мебелью и персональными компьютерами с доступом в сеть Интернет (компьютерные классы, студии), мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), Число рабочих мест в аудитории должно быть таким, чтобы обеспечивалась индивидуальная работа студента персональном компьютере.

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle).

Программное обеспечение:

- ОС Windows 10, ОС Linux;
- пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами и т.п. (МойОфис, LibreOffice);
- интернет-браузер (Mozilla Firefox, Яндекс).

### **19. Фонд оценочных средств:**

| № п/п  | Наименования раздела дисциплины   | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства          |
|--|---|----------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| 1  | Теоретико-числовые основы представления информации                          | ОПК-1, ОПК-2   | ОПК-1.3, ОПК-2.1                    | Лабораторные работы 1.1-1.3 |
| 2  | Алгебраические структуры и кольцо вычетов                                   | ОПК-1, ОПК-2   | ОПК-1.3, ОПК-2.1                    | Лабораторные работы 2.1-2.3 |
| 3  | Решение сравнений, диофантовы уравнения и основы асимметричной криптографии | ОПК-1, ОПК-2   | ОПК-1.3, ОПК-2.1                    | Лабораторные работы 3.1-3.3 |
| 4  | Криптографические протоколы и эллиптические кривые                          | ОПК-1, ОПК-2   | ОПК-1.3, ОПК-2.1                    | Лабораторные работы 4.1-4.3 |
| Промежуточная аттестация, форма контроля – зачет |   |                |                                     | Тест                        |

### **20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

#### **20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью лабораторных работ.

**Перечень лабораторных работ.***Лабораторная работа № 1.1.*

Реализация расширенного алгоритма Евклида и нахождение линейного представления НОД.

*Лабораторная работа № 1.2.*

Проверка числа на простоту методом перебора делителей и факторизация с использованием канонического разложения

*Лабораторная работа №1.3.*

Вычисление сравнений и упрощение выражений по модулю (арифметика вычетов).

*Лабораторная работа № 2.1*

Исследование операций в кольце вычетов  $Z_m$ : построение таблиц сложения и умножения в  $Z_m$ .

*Лабораторная работа № 2.2.*

Нахождение обратимых элементов и вычисление функции Эйлера  $\varphi(m)$  для заданного модуля.

*Лабораторная работа № 2.3.*

Определение порядка элемента и поиск примитивных (образующих) элементов в поле  $Z_p$ .

*Лабораторная работа № 3.1.*

Решение линейных сравнений  $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$  и линейных диофантовых уравнений.

*Лабораторная работа № 3.2.*

Программная реализация процедуры гаммирования (потокowego шифрования) с различными гаммами.

*Лабораторная работа № 3.3.*

Исследование односторонних функций: возведение в степень по модулю и факторизация как примеры функций с секретом

*Лабораторная работа № 4.1.*

Моделирование протокола Диффи–Хеллмана и реализация атаки «человек посередине»

*Лабораторная работа № 4.2.*

Реализация протокола аутентификации Шнора (доказательство знания дискретного логарифма)

*Лабораторная работа № 4.3.*

Вычисление точек на эллиптической кривой в форме Вейерштрасса и реализация алгоритма ECDH

## Технология проведения

Студент выбирает вариант задания, ориентируясь на номер зачетки (последняя цифра). Файлы исходных данных заранее должны быть размещены на сервере (компьютере студента). Студенту разрешается пользоваться информацией из открытых источников.

## Критерии оценивания:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если задания выполнены в полном объеме;
- оценка «не зачтено» - работа не выполнена или выполнена не в полном объеме.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: тест.

### Примеры тестовых заданий.

**1. Что такое линейное представление наибольшего общего делителя (НОД) двух чисел?**

- а) Запись НОД в виде суммы самих чисел
- б) Представление НОД в виде линейной комбинации этих чисел с целыми коэффициентами
- в) Разложение НОД на простые множители
- г) Запись НОД в виде десятичной дроби

*Правильный ответ: б*

**2. Какие числа называются взаимно простыми?**

- а) Оба числа простые
- б) Их НОД равен единице
- в) Их НОД больше единицы
- г) Одно из чисел равно единице

*Правильный ответ: б*

**3. Какое утверждение соответствует основной теореме арифметики?**

- а) Простых чисел бесконечно много
- б) Любое натуральное число единственным образом раскладывается в произведение простых чисел
- в) Любое простое число можно представить в виде суммы двух квадратов
- г) НОД двух чисел всегда прост

*Правильный ответ: б*

**4. Какое из следующих свойств сравнений по модулю является верным?**

- а) Если  $a \equiv b \pmod{m}$ , то  $a + c \equiv b - c \pmod{m}$
- б) Если  $a \equiv b \pmod{m}$  и  $c \equiv d \pmod{m}$ , то  $a + c \equiv b + d \pmod{m}$
- в) Если  $a \equiv b \pmod{m}$ , то  $a \cdot c \equiv b \pmod{m}$  для любого  $c$
- г) Сравнения нельзя умножать на число

*Правильный ответ: б*

**5. Какая алгебраическая структура называется полем?**

- а) Множество с одной операцией (сложением), образующее группу
- б) Коммутативное кольцо с единицей, в котором каждый ненулевой элемент обратим
- в) Множество с двумя операциями, где сложение не ассоциативно
- г) Группа с дополнительной операцией умножения, не имеющая нейтрального элемента

*Правильный ответ: б*

**6. Чему равно значение функции Эйлера  $\varphi(10)$ ?**

- а) 10
- б) 5
- в) 4
- г) 6

*Правильный ответ: в*

**7. Малая теорема Ферма утверждает, что для простого  $p$  и целого  $a$ , не кратного  $p$ :**

- а)  $a^p \equiv 0 \pmod{p}$
- б)  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$
- в)  $a^p \equiv a \pmod{p}$  только при  $a=1$
- г)  $a^{p+1} \equiv a \pmod{p}$

*Правильный ответ: б*

**8. Как найти решение линейного сравнения  $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ , если  $\text{НОД}(a, m) = 1$ ?**

- а) Разделить  $b$  на  $a$  с остатком
- б) Умножить обе части на число, обратное к  $a$  по модулю  $m$
- в) Прибавить к обеим частям  $m$
- г) Решение не существует

*Правильный ответ: б*

**9. Какое из уравнений является линейным диофантовым?**

- а)  $x^2 + y^2 = 25$
- б)  $6x + 9y = 15$
- в)  $2^x + 3^y = 5$
- г)  $\sin(x) + \cos(y) = 1$

*Правильный ответ: б*

**10. В чём суть процедуры гаммирования (потокowego шифрования)?**

- а) Замена каждого символа на символ, отстоящий на фиксированное число позиций
- б) Наложение (например, по XOR) открытого текста на последовательность (гамму)
- в) Разбиение текста на блоки фиксированной длины и их перестановка
- г) Сжатие текста с потерями

*Правильный ответ: б*

**11. Что такое односторонняя функция?**

- а) Функция, которую легко вычислить, но трудно обратить (найти прообраз)
- б) Функция, которая имеет обратную, но её трудно вычислить
- в) Функция, определённая только для положительных чисел
- г) Функция, значение которой всегда равно нулю

*Правильный ответ: а*

**12. Какую проблему использует протокол Диффи–Хеллмана для выработки общего секрета?**

- а) Задачу факторизации больших чисел
- б) Задачу дискретного логарифмирования в конечном поле
- в) Задачу нахождения хеш-коллизий
- г) Задачу поиска кратчайшего пути в графе

*Правильный ответ: б*

**13. В чём заключается атака «человек посередине» (MITM) на протокол Диффи–Хеллмана?**

- а) Злоумышленник подслушивает канал, но не может изменить сообщения
- б) Злоумышленник подменяет открытые ключи сторон, встраиваясь между ними, и договаривается о ключах с каждой стороной отдельно
- в) Злоумышленник перехватывает и уничтожает все сообщения
- г) Злоумышленник использует квантовый компьютер

*Правильный ответ: б*

**14. Какое уравнение задаёт эллиптическую кривую в форме Вейерштрасса (над полем действительных чисел)?**

- а)  $y = x^2 + ax + b$
- б)  $x^2 + y^2 = 1$
- в)  $y^2 = x^3 + ax + b$
- г)  $y = a^x$

*Правильный ответ: в*

**15. Что вычисляет алгоритм Диффи–Хеллмана на эллиптической кривой (ECDH)?**

- а) Общий секретный ключ двух сторон на основе их закрытых ключей и открытых точек кривой
- б) Цифровую подпись сообщения
- в) Хеш-значение эллиптической кривой
- г) Количество точек на кривой

*Правильный ответ: а*

Итоговый тест засчитывается, если студент дал правильные ответы на более чем 70% вопросов.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

| Критерии оценивания компетенций                               | Уровень сформированности компетенций | Шкала оценок        |
|---|--------------------------------------|---------------------|
| Итоговый тест зачтен. Выполнены все лабораторные работы.      | Повышенный уровень                   | Отлично             |
| Итоговый тест зачтен. Выполнены 10 или 11 лабораторных работ. | Базовый уровень                      | Хорошо              |
| Итоговый тест зачтен. Выполнены 8 или 9 лабораторных работ.   | Пороговый уровень                    | Удовлетворительно   |
| Итоговый тест не зачтен и/или менее 8 лабораторных работ.     | –                                    | Неудовлетворительно |

**20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

**1. Какое множество образует группу относительно сложения?**

- а) Натуральные числа
- б) Целые числа
- в) Чётные натуральные числа
- г) Неотрицательные целые числа

**2. Если а и b взаимно просты, то их НОД равен:**

- а) 0
- б) а
- в) b
- г) 1

*Правильный ответ: г*

**3. Каноническое разложение числа 84 на простые множители имеет вид:**

- а)  $2^2 \cdot 3 \cdot 7$
- б)  $2 \cdot 3 \cdot 14$

- в)  $2^2 \cdot 21$   
 г)  $2^3 \cdot 3 \cdot 7$

Правильный ответ: а

**4. Какое из сравнений является верным по модулю 5?**

- а)  $7 \equiv 2 \pmod{5}$   
 б)  $8 \equiv 4 \pmod{5}$   
 в)  $6 \equiv 0 \pmod{5}$   
 г)  $10 \equiv 1 \pmod{5}$

Правильный ответ: а

*Правильный ответ: б*

**5. Какой элемент обязательно присутствует в любом кольце?**

- а) Нулевой элемент  
 б) Единичный элемент  
 в) Обратный элемент для каждого ненулевого  
 г) Делитель нуля

*Правильный ответ: а*

**6. Сколько обратимых элементов содержится в кольце вычетов  $Z_8$ ?**

- а) 8  
 б) 4  
 в) 6  
 г) 2

*Правильный ответ: б*

**7. Функция Эйлера  $\varphi(12)$  равна:**

- а) 12  
 б) 8  
 в) 6  
 г) 4

Правильный ответ: г

**8. Теорема Эйлера утверждает, что если а и m взаимно просты, то:**

- а)  $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$   
 б)  $a^m \equiv a \pmod{m}$   
 в)  $a^{(m-1)} \equiv 1 \pmod{m}$   
 г)  $a^{\varphi(m)} \equiv 0 \pmod{m}$

*Правильный ответ: а*

**9. Как называется элемент поля  $Z_p$ , порядок которого равен  $p-1$ ?**

- а) Нейтральный  
 б) Обратимый  
 в) Примитивный (образующий)  
 г) Нулевой

*Правильный ответ: в*

**10. Сколько решений может иметь линейное сравнение  $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ , если  $\text{НОД}(a, m) = d > 1$  и  $d$  делит  $b$ ?**

- а) 0

- б) 1
- в) d
- г) бесконечно много

*Правильный ответ: в*

**11. Какое из следующих уравнений является линейным диофантовым?**

- а)  $5x + 10y = 15$
- б)  $x^2 - 2y = 0$
- в)  $xy = 6$
- г)  $2^x + y = 5$

*Правильный ответ: а*

**12. Какое из следующих утверждений о функции с секретом верно?**

- а) Это функция, которая легко обратима для всех
- б) Это односторонняя функция, у которой есть дополнительная информация (секрет), позволяющая эффективно обратить её
- в) Это функция, которая не имеет обратной
- г) Это функция, определённая только на секретных данных

*Правильный ответ: б*

**13. Как злоумышленник реализует атаку «человек посередине» (MITM) на протокол Диффи–Хеллмана?**

- а) перехватывает и расшифровывает трафик, используя подобранный ключ
- б) Устанавливает отдельные сеансы с Алисой и Бобом, подменяя их открытые ключи своими
- в) Блокирует все сообщения между Алисой и Бобом
- г) Вычисляет закрытый ключ по открытому, используя квантовый алгоритм

*Правильный ответ: б*

**14. Протокол аутентификации Шнорра предназначен для:**

- а) Шифрования сообщений
- б) Доказательства знания секретного числа (дискретного логарифма) без его раскрытия
- в) Выработки общего ключа
- г) Сжатия данных

*Правильный ответ: б*

**15. Теорема Хассе об эллиптической кривой над конечным полем даёт оценку для:**

- а) Количества точек на кривой
- б) Дискриминанта кривой
- в) Порядка базовой точки
- г) Длины секретного ключа

*Правильный ответ: а*

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**